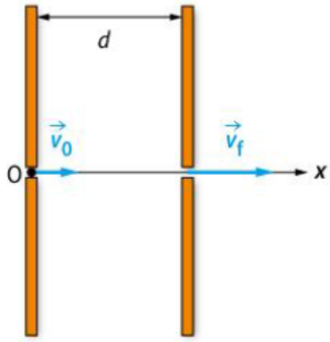
Exercice 01

14 Équations horaires du mouvement d'un proton

Un proton pénètre dans un condensateur plan avec un vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$ perpendiculaire aux armatures. Dans le condensateur plan règne un champ électrique uniforme de valeur : $E = 2,0\ kV \cdot m^{-1}$.

1. Reproduire cette figure et représenter sans souci d'échelle le vecteur $\vec{E}$.



2\. a. Montrer que l'action mécanique de la Terre sur le proton est négligeable devant l'action modélisée par la force électrique.
b. Établir la relation entre le vecteur accélération de la particule et le vecteur champ électrique.

3\. a. Projeter cette relation sur l'axe (Ox) et établir une relation entre la composante de l'accélération a_x, E, m et e.
b. En déduire les équations horaires de la vitesse $v_x(t)$ et de la position $x(t)$.
c. Montrer que cet accélérateur est linéaire.

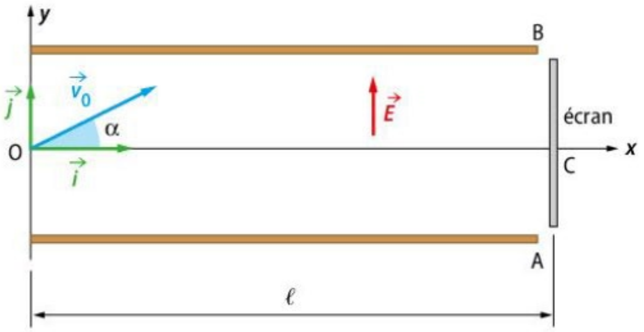
4\. a. En exploitant une équation horaire, déterminer à quel instant le proton sort du condensateur.
b. En déduire la vitesse finale du proton. Conclure sur le rôle du condensateur plan dans ce dispositif.

Données : *masse* $m = 1,7 \times 10^{-27}\ kg$, $v_0 = 2,0 \times 10^3\ m \cdot s^{-1}$, *intensité de la pesanteur* $g_0 = 9,81\ m \cdot s^{-2}$, $e = 1,6 \times 10^{-19}\ C$, $d = 18,0\ cm$

Exercice 02

15 Équation de la trajectoire d'un électron

Un électron pénètre dans un condensateur plan, comme indiqué sur la figure ci-dessous. On se place dans le repère (O ; x, y).



1\. a. Établir l'expression du vecteur accélération de l'électron assimilé à un point matériel.
b. Montrer que les équations horaires de la vitesse s'écrivent :

$$\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y(t) = \dfrac{-eE}{m} \times t + v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$$

c. En déduire les équations $x(t)$ et $y(t)$ donnant la position de l'électron.
d. Montrer que le mouvement de l'électron est plan.

2\. a. Établir l'expression de la trajectoire $y = f(x)$ de cet électron.
b. Quelle est la nature de cette trajectoire ?

3\. a. Exprimer littéralement la condition que doit vérifier l'angle α pour que l'électron arrive au centre C de l'écran.
b. Calculer α pour ℓ = 20 cm

Données : *masse* $m = 9,1 \times 10^{-31}\ kg$, $v_0 = 1,0 \times 10^7\ m \cdot s^{-1}$, $E = 850\ V \cdot m^{-1}$; $e = 1,6 \times 10^{-19}\ C$; $\dfrac{\sin 2\alpha}{2} = \cos\alpha \times \sin\alpha$

Exercice 03

18 Accélération linéaire de particules et énergie

Les accélérateurs linéaires de particules peuvent être modélisés par une succession de condensateurs plans associés en ligne droite.

Données : *énergie potentielle électrique* $E_{pé} = q \times V$, *tension* $U_{AB} = E \times AB = V_A - V_B = -1,0\ kV$, $v_0 = 1,0 \times 10^3\ m \cdot s^{-1}$, *charge élémentaire* $e = 1,6 \times 10^{-19}\ C$, *masse* $m = 9,1 \times 10^{-31}\ kg$.

1\. Représenter un condensateur plan et indiquer à quelles conditions une particule de charge q peut-elle être accéléré en décrivant une trajectoire rectiligne.

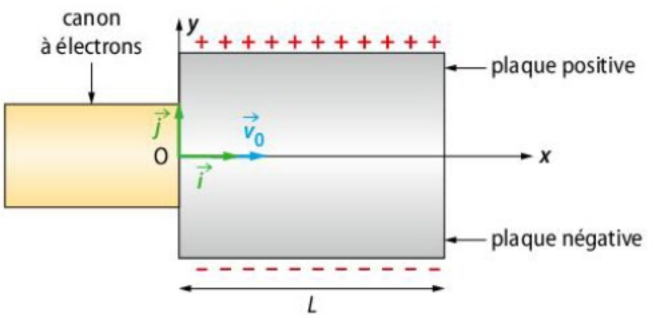
2\. Un électron pénètre dans un condensateur plan d'armatures A et B avec un vecteur vitesse perpendiculaire aux armatures. On assimilera la particule à un point matériel et on négligera l'action de la force de pesanteur.
a. Exprimer la loi de conservation de l'énergie mécanique entre le point O et le point de sortie du condensateur plan.
b. En déduire l'expression de la vitesse v_f en fonction de v_0, e, m et U_{AB}. Calculer v_f.

3\. a. Exprimer le travail de la force électrique au cours du mouvement dans le condensateur plan en fonction de e et U_{AB}.
b. Exploiter le théorème de l'énergie cinétique pour retrouver l'expression de la vitesse v_f établie question 2.

Exercice 04

30 L'expérience de Thomson

Dès 1897, le physicien anglais John J. Thomson fut le premier à déterminer le rapport e/*m* (charge électrique sur masse de l'électron) grâce à un tube à vide. Le montage schématisé ci-dessous en reprend le principe : il comporte un tube à vide dans lequel un faisceau d'électrons est dévié lors de sa traversée entre deux plaques de charges opposées. À la sortie des plaques en $x = L$, la déviation verticale du faisceau d'électrons par rapport à l'axe (Ox) est mesurée sur un écran.



Données :

Grandeur	Valeur	Incertitude-type
v_0	$2{,}27 \times 10^7$ m · s^{-1}	$0{,}02 \times 10^7$ m · s^{-1}
E	15,0 kV · m^{-1}	0,1 kV · m^{-1}
L	8,50 cm	0,05 cm
h	1,85 cm	0,05 cm

L'incertitude du rapport $\frac{e}{m}$ s'exprime par la formule :

$$u\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{e}{m}\sqrt{\left[\left(\frac{u(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{u(E)}{E}\right)^2 + 4\left(\frac{u(v_0)}{v_0}\right)^2 + 4\left(\frac{u(L)}{L}\right)^2\right]}$$

Valeur de référence $\frac{e}{m} = 1{,}75882 \times 10^{11}$ C · kg^{-1}

1. a. Montrer que le mouvement de l'électron est plan et que la courbe décrite par les électrons admet pour équation : $y = \frac{eE}{2\,mv_0^2}x^2$

b. En déduire l'expression du rapport $\frac{e}{m}$ en fonction de E, L, h et v_0. Calculer le rapport $\frac{e}{m}$ mesuré.

2. a. Calculer l'incertitude-type $u\left(\frac{e}{m}\right)$ associée à la mesure.

b. Comparer le résultat de la mesure à la valeur de référence. Conclure.

Exercice 01

16 **1.** $E_m(0) = E_c(0) + E_{pp}(0) = \frac{1}{2}m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h$

2. a. La conservation s'applique en l'absence de force non conservative comme les forces de frottement. Ici, on peut raisonnablement négliger l'action de l'air sur le système car la boule de pétanque est dense.

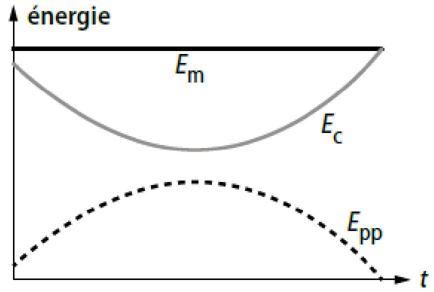
b. D'après la conservation de l'énergie mécanique, $E_m(0) = E_m(F)$.

$\frac{1}{2}m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}m \cdot v_F^2$, d'où :

$v_F = \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot h}$

$v_F = \sqrt{6{,}0^2 + 2 \times 9{,}81 \times 1{,}35} = 7{,}9\ m \cdot s^{-1}$.

3.



Exercice 02

15 **1. a.** D'après la deuxième loi de Newton :

$m \cdot \vec{a} = \vec{F_e} = -e \cdot \vec{E}$,

d'où $\vec{a} = \frac{-e}{m} \cdot \vec{E}$

b. Dans le repère orthonormé (O ; x, y, z), puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = a_x = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = a_y = -\frac{e \cdot E}{m} \\ \frac{dv_z}{dt} = a_z = 0 \end{cases}$$

Par intégration, on en déduit un ensemble de primitives possibles : $\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = k_1 \\ v_y(t) = -\frac{e \cdot E}{m} t + k_2 \\ v_z(t) = k_3 \end{cases}$ où k_1 k_2 et k_3 sont des constantes.

La connaissance de la vitesse initiale (à $t = 0$ s) permet d'établir les valeurs de chacune des constantes par identification de deux termes égaux : $\overrightarrow{v(0)} = \overrightarrow{v_0}$, d'où :

$$\begin{cases} v_x(0) = k_1 = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_y(0) = -\frac{e \cdot E}{m} \times 0 + k_2 = v_0 \cdot \sin\alpha \\ v_z(0) = k_3 = 0 \end{cases}$$

D'où : $v_x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha$;

$v_y(t) = -\frac{e \cdot E}{m} t + v_0 \cdot \sin\alpha$.

c. De même, on obtient les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ après une deuxième intégration :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = \frac{1}{2} \times \frac{-e \cdot E}{m} t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases}$$ car, à $t = 0$ s, le système est en O de coordonnées (0 ; 0).

d. $z(t) = 0$, donc le mouvement s'effectue dans le plan (xOy).

2. a. Par substitution de la variable $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}$ dans l'expression de $y(t)$, on obtient l'équation de la trajectoire de la particule :

$$y(x) = \frac{-e \cdot E}{2m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} x^2 + x \cdot \tan\alpha$$

b. Il s'agit d'une portion de parabole.

3. a. Les coordonnées du point C sont $x_C = \ell$ et $y_C = 0$. En utilisant ces coordonnées, l'équation de la trajectoire devient :

$\frac{-e \cdot E}{2m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \ell^2 + \ell \cdot \tan\alpha = 0$ d'où :

$\frac{e \cdot E}{2m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \ell^2 = \ell \cdot \tan\alpha$.

Puis :

$$\begin{aligned} e \cdot E \cdot \ell &= 2m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha \cdot \tan\alpha \\ &= 2m \cdot v_0^2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha \\ &= m \cdot v_0^2 \cdot \sin 2\alpha \end{aligned}$$

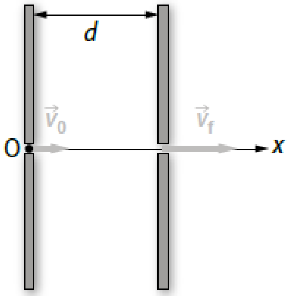
Soit $\sin 2\alpha = \frac{e \cdot E \cdot \ell}{m \cdot v_0^2}$

b. $\sin 2\alpha = \frac{1{,}6 \times 10^{-19} \times 850 \times 20 \times 10^{-2}}{9{,}1 \times 10^{-31} \times (1{,}0 \times 10^7)^2}$

D'où $\alpha = 8{,}7°$.

Exercice 03

18 **1.**



Une particule peut être accélérée linéairement si elle pénètre à l'intérieur du condensateur plan avec un vecteur vitesse perpendiculaire aux armatures. L'armature de sortie doit être de charge opposée à celle de la particule.

2. a. D'après la conservation de l'énergie mécanique :

$E_m = E_c + E_{pé} =$ constante, donc $E_m(O) = E_m(f)$.

b. $\frac{1}{2}m \cdot v_0^2 + q \cdot V_A = \frac{1}{2}m \cdot v_f^2 + q \cdot V_B$

D'où :

$v_f^2 = v_0^2 + \frac{2q(V_A - V_B)}{m} = v_0^2 - \frac{2e \cdot U_{AB}}{m}$ car $q = -e$.

Soit $v_f = \sqrt{v_0^2 - \frac{2e \cdot U_{AB}}{m}}$

$v_f = \sqrt{(1{,}0 \times 10^3)^2 - \frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times (-1{,}0 \times 10^3)}{9{,}1 \times 10^{-31}}}$

$= 1{,}9 \times 10^7\ m \cdot s^{-1}$.

3. a. $W_{AB}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \overrightarrow{AB} = -e \cdot U_{AB}$ avec $U_{AB} < 0$.

Le travail est moteur.

b. $\Delta E_c = E_{c_B} - E_{c_A} = W_{AB}(\vec{F})$

D'où $\frac{1}{2}m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_0^2 = -e \cdot U_{AB}$, soit :

$v_f = \sqrt{v_0^2 - \frac{2e \cdot U_{AB}}{m}}$

Exercice 04

30 **1. a.** On néglige l'action de la Terre devant celle modélisée par la force électrique.

D'après la deuxième loi de Newton :

$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_e = -e \cdot \vec{E}$, d'où $\vec{a} = \frac{-e}{m} \cdot \vec{E}$.

Par projection, on obtient $a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = \frac{e \cdot E}{m}$ car $\vec{E}$ est orienté vers le bas.

Après deux intégrations, on obtient :

$\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = \frac{e \cdot E}{m}t \end{cases}$ car, à $t = 0$ s, $\overrightarrow{v(0)} = v_0\vec{i}$.

Puis :

$\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot t \\ y(t) = \frac{1}{2}\frac{e \cdot E}{m} \cdot t^2 \end{cases}$

car, à $t = 0$ s, le système est en O (0 ; 0).

Par substitution de la variable $t = \frac{x}{v_0}$, on obtient :

$y(x) = \frac{e \cdot E}{2m \cdot {v_0}^2}x^2$

Le mouvement est plan car $z(t) = 0$.

b. $y(L) = \frac{e \cdot E}{2m \cdot {v_0}^2}L^2 = h$, d'où :

$\frac{e}{m} = \frac{2h \cdot v_0^2}{E \cdot L^2}$, d'où :

$\frac{e}{m} = \frac{2 \times 1{,}85 \times 10^{-2} \times (2{,}27 \times 10^7)^2}{15{,}0 \times 10^3 \times (8{,}50 \times 10^{-2})^2}$

$= 1{,}76 \times 10^{11}\ C \cdot kg^{-1}$

2. a. $u\left(\frac{e}{m}\right) =$

$1{,}76 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}05}{1{,}85}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{15}\right)^2 + 4\left(\frac{0{,}02)}{2{,}27}\right)^2 + 4\left(\frac{0{,}05}{8{,}50}\right)^2}$

$= 7 \times 10^9\ C \cdot kg^{-1}$

On ne retient qu'un chiffre significatif arrondi à l'excès, par convention.

b. Finalement, $\frac{e}{m} = 1{,}76 \pm 0{,}07 \times 10^{11}\ C \cdot kg^{-1}$.

La valeur de référence est bien dans l'encadrement, mais l'incertitude-type est grande.